<u>proposition</u> : Soit (E_1, N_1) et (E_2, N_2) deux evn.

On note N la norme sur $E_1 \times E_2$ donnée par.

$$N((x_1, x_2)) = \max(N(x_1), N(x_2)).$$

La topologie produit et la topologie induite par N coïncide. On les note $\mathcal{T}_P$ et $\mathcal{T}_N$

<u>preuve</u> : * les projections $\pi_i : (E_1 \times E_2, N) \longrightarrow (E_i, N_i)$ sont 1-Lipschitz donc continue. La topologie produit étant la plus grossière rendant ces applications continues. on a.
$\mathcal{T}_P \subseteq \mathcal{T}_N$ ($\mathcal{T}_P$ plus grossière que $\mathcal{T}_N$).

* Une base de $\mathcal{T}_N$ est donnée par les boules ouvertes.

Or $B_N((x_1, x_2), \rho) = B((x_1, \rho)) \times B((x_2, \rho)) \in \mathcal{T}_P$

donc $\mathcal{T}_N \subseteq \mathcal{T}_P$.

Finalement $\mathcal{T}_N = \mathcal{T}_P$.